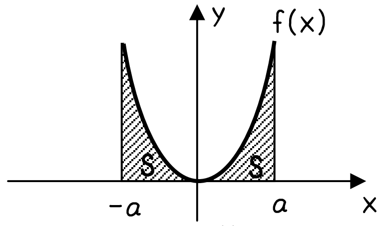
●定積分公式・・・覚えておくと計算が楽になる！

●遇関数f(x)と奇関数g(x)の定積分

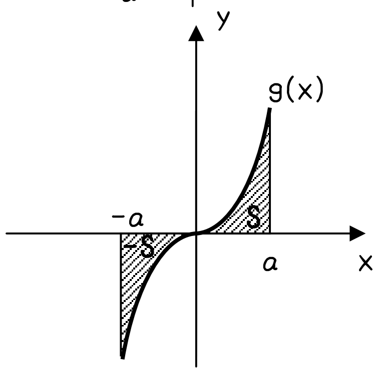
遇関数

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$$



奇関数

$$\int_{-a}^{a} g(x)dx = 0$$



※遇関数　グラフがy軸に対して線対称

例1) 次数が偶数(定数項含む)の関数　　1, x^2, x^4, x^6

例2) $\cos x$　　↑定数項$=x^0$

※奇関数　グラフが原点に対して点対称

例1) 次数が奇数の関数　　x, x^3, x^5

例2) $\sin x$, $\tan x$

(計算例)

遇関数

$$\int_{-2}^{2} 5x^4 dx = 2\int_{0}^{2} 5x^4 dx = 2\left[x^5\right]_0^2 = 2\times 32 = 64$$

奇関数

$$\int_{-2}^{2} 9x^5 dx = 0$$

遇関数と奇関数混合

$$\int_{-2}^{2}(9x^5+5x^4-2x^3+3x^2-7x+3)dx = 2\int_{0}^{2}(5x^4+3x^2+3)dx$$

$$= 2\left[x^5+x^3+3x\right]_0^2$$

$$= 2(32+8+6)$$

$$= 92$$

● $\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)dx=-\frac{(\beta-\alpha)^3}{6}$

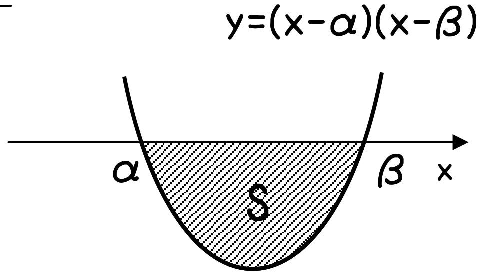
この公式を利用すると

$y=(x-\alpha)(x-\beta)$

とx軸とで囲まれた部分の面積Sは

$$S=-\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)dx=\frac{(\beta-\alpha)^3}{6}$$

となる



（計算例）

$y=2x^2-10x+12$ と x軸で囲まれた部分の面積はSを求めよ

$y=2x^2-10x+12$ と x軸との交点は
$2x^2-10x+12=0$より
$x=2,3$
よって、求める面積Sは

$$S=-\int_{2}^{3}(2x^2-10x+12)dx$$

$$=-2\int_{2}^{3}(x^2-5x+6)dx$$

$$=-2\int_{2}^{3}(x-2)(x-3)dx$$

$$=2\times\frac{(3-2)^3}{6}$$

$$=\frac{1}{3}$$